

# L'analyse de surface d'onde

L'analyse de surface d'onde, un des sous-territoires du contrôle optique, s'est constituée peu à peu sur un demi-siècle, à partir des travaux pionniers des astronomes. Depuis l'origine, il y a eu en fait assez peu d'efforts pour définir précisément les frontières de ce domaine technique. L'objectif de cet article est de proposer un formalisme commun à la grande majorité des dispositifs connus comme analyseurs de surface d'onde ; il pourra servir de base objective pour la comparaison des systèmes proposés dans le commerce, en tenant compte du contexte d'utilisation.

» Jérôme PRIMOT

Directeur de recherche ONERA

[Jerome.Primot@onera.fr](mailto:Jerome.Primot@onera.fr)

## Analyse de surface d'onde ou contrôle optique ?

L'origine de l'analyse de surface d'onde est dans l'émergence de besoins de contrôle dynamique, temps réel, faciles d'implantation, robustes vis-à-vis des environnements vibratoires et autres, pour des applications particulières. L'exemple originel est issu de l'astronomie. La qualité optique d'un grand télescope est perturbée par la turbulence atmosphérique à un point tel que sa résolution angulaire n'excède pas celle d'un télescope amateur d'une dizaine de centimètres de diamètre. Tout le gain des grands instruments de plusieurs mètres de pupille qui sont apparus dès les années 50 n'était que dans une collecte optimale des photons afin de voir des objets de magnitude très élevée. La frustration était grande, et très tôt des opticiens et des astronomes ont travaillé sur la compensation de cette limite atmosphérique. Cela passait en particulier par la définition de moyens in situ, capables d'être déployés dans l'environnement difficile des observatoires, et permettant une mesure des perturbations en temps réel. Plutôt que d'avoir comme objectif principal la précision, comme cela est naturel dans nos laboratoires d'optique, l'utilisateur était prêt à abandonner un peu de performance métrologique pour un gain significatif de facilité d'emploi. On a donc vu l'émergence d'une nouvelle famille de moyens de mesure, fondamentalement

différente des Michelson, Twyman-Green et autres Fizeau qui prédominaient, et prédominant toujours, dans le contrôle optique.

Cette distinction originelle, basée sur l'opérabilité, a perdu sa légitimité. Les analyseurs de surface d'onde ont grandi et ont largement gagné en performances. On voit maintenant des chaînes de production qui intègrent ce type de système pour le contrôle métrologique des produits, avec des performances de sensibilité, de résolution spatiale ou de précision à l'état de l'art. Il est donc largement temps de refonder l'analyse de surface d'onde, non plus sur des arguments d'utilisation, mais sur un principe physique. En nous appuyant sur les travaux de Teague et de Roddier, il nous a semblé intéressant de proposer une description commune à l'essentiel des systèmes utilisés dans ce contexte. Cette formalisation permet alors de faire une distinction entre principe fondamental, procédé et dispositif, et donne un cadre pratique pour une comparaison objective, fonction de l'application visée. L'idée est de réunir dans la classe des analyseurs de surface d'onde l'ensemble des systèmes qui utilisent la propagation de l'intensité pour évaluer la phase d'une onde incidente.

## Le principe fondateur : l'équation de transfert en intensité

En 1984, Teague déduit de l'équation de Fresnel, régissant la propagation paraxiale d'une amplitude complexe, deux équations différentielles conjointes permettant l'évaluation des propagations de la phase et de l'intensité. Si au premier

abord cela apparaît comme une complication de l'exercice, l'équation de propagation de l'intensité (irradiance transport equation) prend une forme particulièrement intéressante, qui va se révéler extrêmement féconde.

Quelques équations pour démarrer. L'amplitude complexe s'exprime sous la forme :

$$A(x, y) = \sqrt{I(x, y)} \cdot e^{i\Phi(x, y)}$$

Avec  $I$ , l'intensité et  $\Phi$ , la phase. La convolution de  $A$  par l'opérateur de Fresnel permet de déduire l'amplitude complexe pour un plan distant de  $z$  :

$$A_z(x, y) = e^{ikz} A_0(x, y) * \frac{e^{i\pi \frac{(x^2+y^2)}{\lambda z}}}{i\lambda z}$$

Avec  $k$  et  $\lambda$ , respectivement le nombre d'onde et la longueur d'onde, et  $*$ , l'opérateur de convolution.

En fait, cette équation est la solution de l'équation différentielle paraxiale suivante :

$$\left( i \frac{d}{dz} + \frac{\nabla^2}{2k} + k \right) A_z(x, y) = 0$$

$\nabla^2$  représentant le Laplacien, à savoir la somme des dérivées seconde.

En tenant compte du fait que l'intensité représente le produit de l'amplitude complexe avec son conjugué, on peut déduire de cette équation une équation différentielle paraxiale qui régit la propagation de l'intensité, dans le régime de Fresnel :

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial I}{\partial z} = \nabla^2 \Phi + \nabla I \cdot \nabla \Phi$$

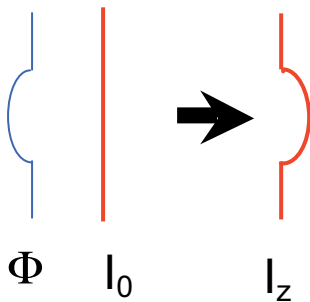
avec  $\nabla$ , l'opérateur gradient.

À première vue, cette équation peut sembler rébarbative. Elle est toutefois particulièrement fertile si on en extrait le sens physique. Prenons tout d'abord deux cas particuliers. Le premier est celui d'une

intensité uniforme dans le plan d'origine. Le terme lié au gradient de l'intensité s'annule ; ne reste que le terme de courbure (Laplacien) qui indique que l'intensité va augmenter ou diminuer au fur et à mesure de la propagation.

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial I}{I} = \nabla^2 \Phi \partial z$$

Traduit en langage d'opticien géomètre, cela veut dire que les variations de l'intensité sont gouvernées par un effet de lentille comme indiqué sur le petit schéma suivant :



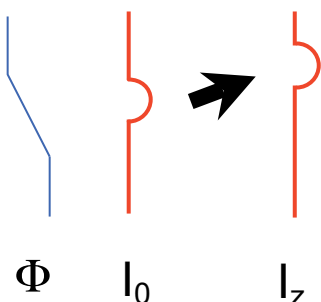
L'onde d'amplitude I constante présente localement une courbure de sa phase Φ ; celle-ci va entraîner une surintensité co-localisée, après propagation.

Le deuxième cas simple est de considérer une intensité présentant des variations locales, mais cette fois avec une phase qui est un simple plan basculé (tilt) suivant la direction x.

Cette fois, le terme Laplacien s'annule et on obtient une relation de proportionnalité entre la dérivée en z et la dérivée en x de l'intensité.

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial I}{\partial z} = \alpha \frac{\partial I}{\partial x}$$

Pour notre géomètre, il s'agit d'un simple effet prisme : les variations locales en intensité vont se traduire suivant la direction x, et ceci proportionnellement au basculement de la phase.



Pour résumer, cette équation montre que, pour des distances z relativement petites,

et dans le respect des hypothèses de propagation paraxiale, les variations locales d'intensité vont être gouvernées par deux effets, agissant de concert et avec une même importance : un effet lentille lié à la courbure locale de la phase et un effet prisme lié au gradient local de la phase.

Les fondations sont posées et on peut maintenant utiliser cette équation pour cette fois déduire la courbure et/ou le gradient de la phase d'une amplitude complexe par l'observation de l'évolution de la figure d'intensité au fur et à mesure de sa propagation. Caractéristique commune à tous les analyseurs de surface d'onde : la quantité directement mesurée est soit le gradient, soit la courbure, et nécessitera donc une technique a posteriori de double ou simple intégration.

Avant de commencer la description des grandes familles d'analyseur, trois remarques générales. Il reste souvent dans l'esprit des utilisateurs qu'une explication trop géométrique d'un principe de fonctionnement s'associe à une réduction de la rigueur théorique. En d'autres termes, on retrouve souvent l'argument qu'un analyseur de surface d'onde est un moyen simple, efficace, mais qui ne peut prétendre à la performance absolue des autres moyens de contrôle. Pourtant, rien dans le formalisme originel ne démontre cette limite : on s'appuie ici sur les mêmes hypothèses, ni plus ni moins restrictives, que les autres moyens de contrôle optique.

Un deuxième point à considérer est que cette équation lie sensibilité et résolution spatiale. Si on veut que les variations de l'intensité soient significatives, il faut forcément considérer une propagation longitudinale importante. Comme cette propagation s'associe à une diffraction, le défaut mesuré sera forcément délocalisé. En d'autres termes, précision et localisation travaillent à l'opposé.

La troisième remarque s'appuie sur une réécriture de l'équation. Au lieu de l'exprimer en phase Φ, prenons la différence de chemin optique  $\delta = \lambda \Phi / 2\pi$  :



**NEW**

**Beamsplitter cubes polarisants avec collage optique**

- Haute résistance au flux > 10 J/cm<sup>2</sup>
- Design large bande 700-1000 nm
- Transmission > 95 %

**NEW**

**Porteurs de lentilles cylindriques**

Configuration pour un montage précis et stable avec des lentilles cylindriques

**NEW**

**Support Matrix et Holder System**

Un système universel fixe avec tout type de composant

**Demandez votre catalogue 2010/2011**



Qioptiq Photonics France  
 info@qioptiq.fr  
 Tel: +33 (0) 472 52 04 20  
 Fax: +33 (0) 472 53 92 96  
 www.qioptiq.fr



alix cross media

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = I\nabla^2\delta + \nabla I \cdot \nabla\delta$$

La dépendance en  $\lambda$  disparaît ! En d'autres termes, le chromatisme de la propagation de l'intensité n'est qu'une caractéristique de deuxième ordre, qui n'intervient en fait que si la différence de chemin optique est chromatique, par exemple du fait de la variation d'indice d'un matériau. Les concepteurs d'analyseurs de surface d'onde chercheront tous à préserver cette qualité fondamentale d'achromatisme qui peut dans certains contextes (analyse faible flux, faisceaux lasers ultra-brefs) représenter un avantage déterminant.

### Les grandes familles d'analyseurs de surface d'onde : courbure et/ou gradient ?

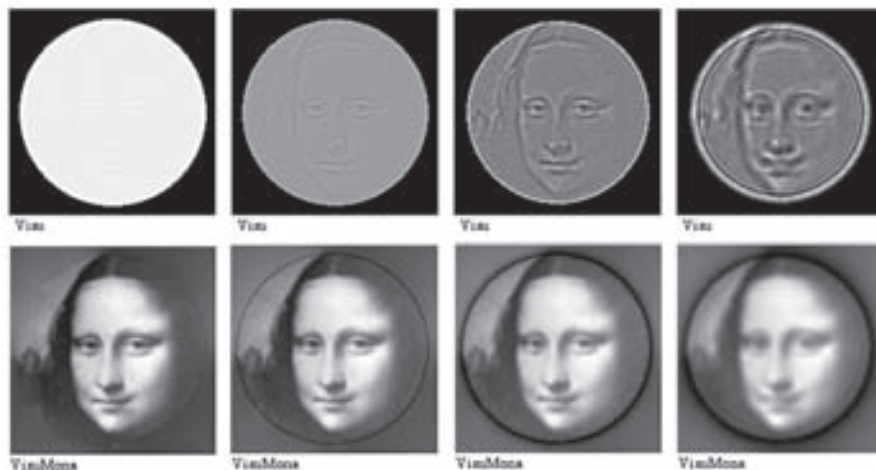
Trois stratégies peuvent être envisagées, toutes ayant donné lieu à des développements industriels. Nous nous attacherons ici à en présenter les grandes lignes, et à en souligner les caractéristiques principales, ce qui permettra de bien orienter le choix.

#### La courbure, simple et véloce

La première, la plus simple, s'applique à des faisceaux d'intensité quasi uniforme, de manière à considérer comme négligeable le terme de prisme. L'équation de transfert en intensité s'exprime alors sous la forme suivante, après linéarisation :

$$\frac{I(z + \partial z) - I(z - \partial z)}{I(z)} = -2\partial z \nabla^2\delta$$

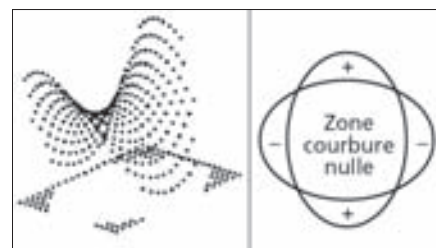
Par une simple différence des mesures d'intensité mesurées en deux plans, on obtient directement les courbures. C'est la base du formalisme des dispositifs appelés capteurs de courbure, ou ombroscopes, qui ont eu un développement intéressant en matière d'optique adaptative. En effet, il existe une catégorie de miroirs déformables dits bimorphes qui se commandent naturellement par l'application locale du signal de courbure. Ceci a permis de développer des systèmes purement analogiques avec des bandes passantes extrêmement élevées puisque aucune étape de reconstruction ou de calcul n'était nécessaire.



Simulation de l'illumination obtenue pour un défaut de phase complexe, d'intensité uniforme dans le plan d'origine, et propagé sur des distances longitudinales croissantes. En ligne inférieure sont présentées les reconstructions obtenues, après double intégration, sur une hypothèse d'un excellent rapport signal-à-bruit. Les élévations de phase sont traduites en niveaux de gris.

Deux points sont à souligner. Tout d'abord, se limiter à une mesure de la courbure pose un souci fondamental. L'astigmatisme, qui est un des défauts optiques les plus courants et les plus présents, est un défaut à courbure nulle ; la forme de selle de cheval fait que la dérivée seconde en  $x$  est égale à l'opposée de la dérivée seconde en  $y$  ; il n'est donc pas mesurable. Une solution simple à cette difficulté est de considérer qu'en bord de pupille, il va y avoir une variation d'intensité très forte ; localement, le terme de prisme va devenir prépondérant. En d'autres termes, en effectuant une différence d'intensité en deux plans, on mesure naturellement un gradient à la périphérie, comme indiqué sur la figure suivante, et celui-ci permet de contrôler l'astigmatisme.

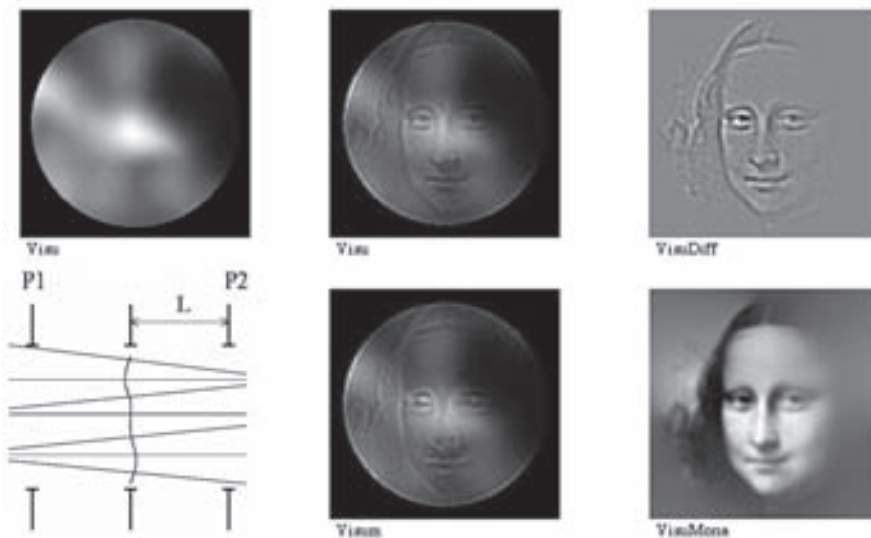
Le second est plus préoccupant : dans l'ensemble du formalisme développé ci-dessus, on suppose que l'intensité est uniforme. En effet, comme la mesure est basée sur une évaluation des fluctuations d'intensité, il ne faut pas confondre un défaut d'éclairement, par exemple dû à un défaut local de transmission avec une courbure. De manière pratique, on ajoute donc une étape supplémentaire qui consiste à mesurer l'intensité dans deux plans distincts, placés de part et d'autre du plan dans lequel on souhaite faire l'analyse, et à soustraire les deux mesures pour éliminer au mieux ces fluctuations parasites. Attention toutefois que cette correction



L'astigmatisme – défaut de phase en selle de cheval – a une courbure nulle en tout point. Le capteur de courbure peut toutefois le mesurer en effectuant la différence d'intensité entre deux images, par exemple de part et d'autre de la pupille, par l'apparition d'une information de gradient en bord (+ et – de la figure).

des fluctuations d'intensité n'est que grossière. En effet, on oublie ici que les défauts d'éclairement ont naturellement excité le terme de prisme qui n'est plus totalement négligeable. Il va donc venir perturber l'évaluation de la courbure, et ceci d'autant plus que ces fluctuations seront importantes et rapides (création d'un gradient d'intensité important). Plutôt que de considérer ce terme de prisme, les spécialistes de la courbure considèrent que, pour un asservissement, la meilleure stratégie est de mesurer souvent avec une précision modeste plutôt que de ralentir pour obtenir une mesure plus performante. Ils font donc le pari d'un éclairage suffisamment uniforme pour que la mesure reste pertinente. Cela toutefois obère les développements de ce type de moyen pour la métrologie.





Lorsqu'on souhaite évaluer les courbures pour un faisceau présentant naturellement des fluctuations d'intensité non négligeables (en haut à gauche), on effectue deux mesures dans des plans P1 et P2 de part et d'autre du plan d'analyse (colonne centrale). Les courbures se traduisent alors en deux images négatives l'une de l'autre ; après soustraction on obtient la cartographie de courbure visible en haut à droite qui permet la reconstruction en bas à gauche.

### Courbure et gradient, les méthodes numériques

Comme nous venons de le voir, ne s'intéresser qu'à la courbure pose des soucis de précision pour peu que l'intensité du faisceau à analyser ne soit pas uniforme. Depuis les travaux de Teague, un certain nombre de techniques purement numériques ont été mises au point. Elles partent d'au moins deux mesures réalisées dans deux plans séparés longitudinalement, parfois trois, et déterminent une meilleure estimée de la phase qui a permis

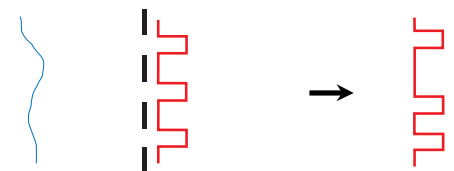
les modifications de l'intensité. Les techniques varient dans la façon d'évaluer la phase, certaines étant directes, d'autres itératives. Cette fois, on peut obtenir des évaluations de grande précision, pour peu que le capteur utilisé ait toutes les bonnes propriétés de linéarité et soit bien corrigé en non-uniformité. Le principal défaut est que cette qualité s'obtient au prix d'un temps de calcul important ; défaut à nuancer, car il aura tendance à s'amoinrir avec les progrès de l'informatique, par exemple avec l'avènement du GPU.

Le second point délicat est dans l'obtention de mesures dans des plans distincts. L'implantation devient complexe, soit par l'utilisation d'un même capteur traduit longitudinalement, soit par l'utilisation de plusieurs capteurs mis en dérivation en plusieurs points de la chaîne à contrôler, ou bien toute autre implantation mixant translations, lignes à retards, etc.

### Le gradient

La classe dominante en analyse de surface d'onde regroupe les systèmes qui ont fait le choix de la mesure du simple gradient. La force de ces techniques est d'introduire de fortes variations périodiques dans la figure d'éclairage dans le double objectif de maximiser l'effet du terme de prisme et de créer un effet de porteuse. La description la plus simple s'appuie sur les travaux de Hartmann, en 1880.

L'onde à analyser est dirigée vers un masque de trous qui définit un maillage régulier de pinceaux lumineux. Chacun de ces pinceaux est dévié, proportionnellement au basculement local de la surface d'onde et à la distance d'observation. Ce système a donc une sensibilité



Principe général du masque de Hartmann.

L'ANALYSE DE FRONT D'ONDE HAUTE RÉOLUTION DÉDIÉE À LA MÉTROLOGIE OPTIQUE

Du capteur seul...

...à sa version intégrée

Miroir, lentille asphérique, objectif photo, implant intraoculaire, lentille torique, moule...

- Caractérisation complète en une seule mesure
- Haute résolution et grande dynamique
- Intégration facile
- Mesure de designs complexes comme les surfaces asphériques

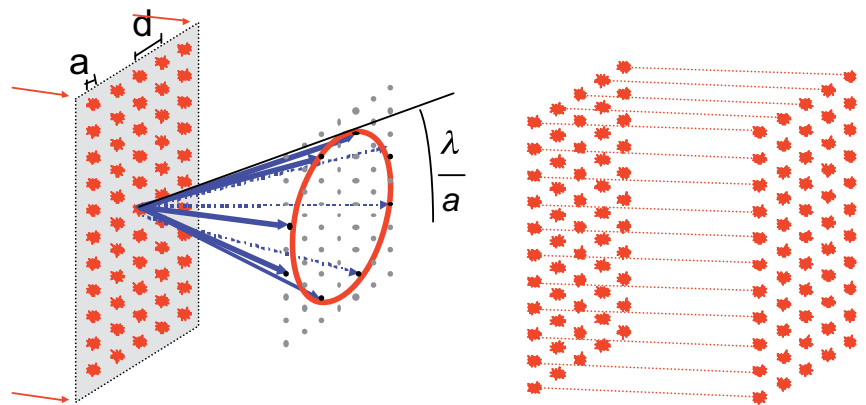
Choisissez la solution adaptée à votre application de métrologie

**PHASICS**  
The phase control company  
contact@phasics.fr

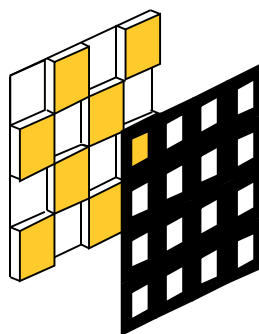
continûment variable, par le simple choix de la distance entre le plan d'observation et le plan du masque.

La simplicité de cette technique, tant sur le plan de la compréhension que sur celui de la mise en œuvre, en a fait le succès. Ainsi, un télescope géant tel que le Zelentchouk, de six mètres de diamètre, a pu être contrôlé par l'introduction d'un masque de carton perforé au niveau du miroir primaire, et par l'enregistrement d'une photographie dans un plan proche du foyer. Reste le problème de la turbulence atmosphérique qui vient se superposer à l'information à mesurer...

Le système le plus répandu inspiré de cette technique a été introduit par Shack. À l'époque travaillant pour l'US Air Force, pour l'observation des satellites depuis la Terre, il était en charge de l'évaluation des perturbations introduites justement par l'atmosphère, et qui venaient sévèrement limiter la performance des télescopes. Quelle que soit la taille du télescope, la résolution de celui-ci ne peut excéder celle d'un télescope amateur de dix à vingt centimètres de diamètre. Shack a alors eu l'idée de rénover le test de Hartmann en remplaçant le masque de trous par une grille de microlentilles. Sa préoccupation essentielle à l'époque était le rendement énergétique, car les objets à observer n'étaient que peu lumineux et qu'il était dommage de perdre au moins la moitié des photons par l'introduction du masque. Certes le dispositif est largement modifié, mais la technique reste fondamentalement la même. L'idée géniale de Shack est en fait d'avoir utilisé un masque de phase en lieu et place du masque d'intensité. Il lui permet de coder une variation d'intensité non pas dans le plan de la phase à analyser, mais directement dans le plan d'observation. Cette fois, le rendement énergétique théorique tend vers les 100 %.



Principe du réseau continûment auto-imageant. Les vecteurs d'onde des ordres diffractés ont leur extrémité sur un même cercle.



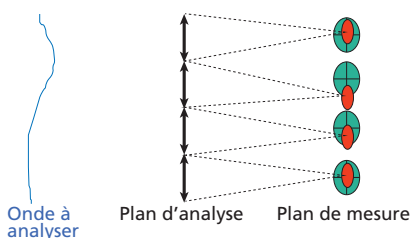
Si cette technique privilégie le rendement lumineux, elle le fait au détriment de la sensibilité continûment réglable, puisque maintenant la distance d'observation est fixée une fois pour toutes, par le choix de la longueur focale des microlentilles. Un autre souci de cette technique, comparée au senseur de courbure, est qu'il faut cette fois utiliser un détecteur matriciel possédant un plus grand nombre de points de mesure. En effet, pour ce dernier, on obtenait un point d'évaluation de la courbure par point de mesure d'intensité (certes en deux plans distincts). Avec le Shack-Hartmann, il faut faire une mesure locale du décalage du barycentre de la tache. Les systèmes proposés dans le commerce utilisent typiquement 8 par 8 pixels, voire au-delà de 16 par 16 pixels, afin d'effectuer une mesure précise du décalage du barycentre, tout en gardant une dynamique importante.

Inspirée par cette technique, une autre variation du masque de Hartmann appelée masque de Hartmann modifié (ou bien interféromètre à décalage multilatéral) permet de pallier ces deux limitations : la sensibilité redevient continûment réglable, et le nombre de points de

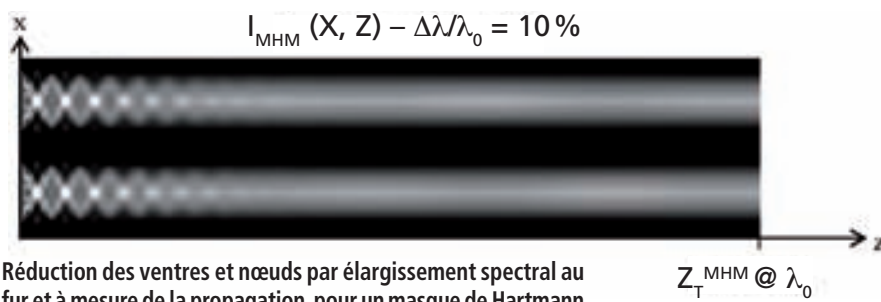
mesure par tache est cette fois limité à 4 par 4 pixels, voire 3 par 3.

Cette nouvelle famille est basée sur un objet particulier, le réseau achromatique continûment auto-imageant. Il s'agit d'un réseau bi-dimensionnel, conçu de manière à ce que les ordres diffractés aient la propriété d'avoir les extrémités des vecteurs d'onde suivant un cercle. Comme tous les ordres diffractés prennent le même retard de phase lors de leur propagation, ce choix de conception fait que la figure d'intensité produite en sortie de ce réseau va être invariante par propagation. Le plus simple de ces réseaux est utilisé comme masque de Hartmann modifié.

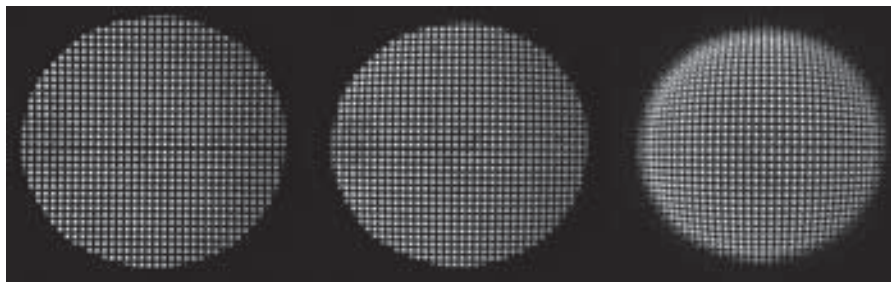
Le masque de Hartmann, en noir sur la figure, est complété par un damier de phase, avec deux hauteurs, 0 et  $\pi$ . Sans ce masque, la présence d'un ordre zéro important explique essentiellement la modulation lors de la propagation suivant z (partie supérieure de la figure). Avec le masque de phase, l'énergie est canalisée axialement. On obtient ainsi une approximation de l'objet idéal de l'opticien géomètre : le rayon lumineux, jamais altéré par la diffraction lors de sa propagation.



Principe général du Shack-Hartmann.



Réduction des ventres et nœuds par élargissement spectral au fur et à mesure de la propagation, pour un masque de Hartmann modifié.



Modulation d'intensité observée en sortie d'un masque de Hartmann modifié, pour des distances d'observation croissantes, l'aberration mesurée étant une aberration sphérique. La largeur spectrale est typiquement de 50 % de la longueur d'onde d'étude.

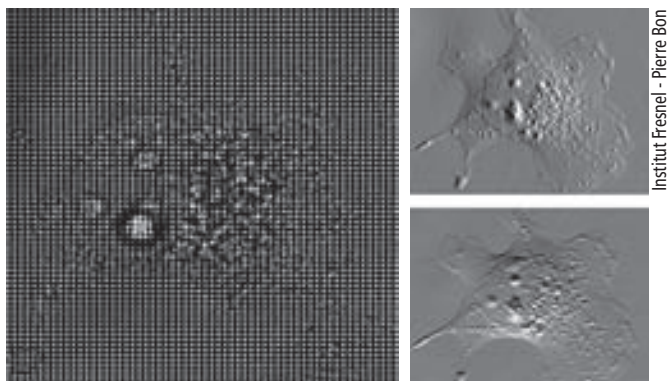
Bien entendu, le masque de phase oblige à un accord pour une longueur d'onde donnée. En fait, cela n'a que peu d'importance. En effet, l'élargissement spectral va essentiellement se traduire par une réduction des ventres et nœuds lors de la propagation en  $z$ , et conduire à des tuyaux moins bien définis dont la coupe va s'approcher d'une arche de sinus. La modulation introduite par un masque de Hartmann modifié, pour une largeur spectrale typique de l'ordre de 50 % de la longueur d'onde, produira donc une modulation achromatique bi-dimensionnelle de taches, dont les coupes suivant les directions principales seront

proches d'une modulation sinusoïdale, donc particulièrement simples à échantillonner.

Cette dernière technique permet donc une utilisation optimale des détecteurs matriciels. Comme ceux-ci présentent maintenant un très grand nombre de pixels, on voit apparaître une nouvelle famille de besoins pour l'analyse de surface d'onde : l'imagerie de phase. On s'échappe ainsi de l'application fondatrice, pour maintenant aborder l'observation d'objets de phase tels que bactéries ou autres, rejoignant ainsi les préoccupations de Zernike quand il mit au point le contraste de phase.

### Conclusion

Nous avons proposé ici d'abandonner la définition classique de la famille des analyseurs de surface d'onde, basée sur des caractéristiques de performances ou de simplicité de mise en œuvre par trop floues, pour la remplacer par une formalisation basée sur l'équation de transfert en intensité. On voit ainsi apparaître une famille homogène, avec des bases théoriques qui permettent une comparaison des dispositifs pour des applications particulières. On a fait ici le choix de ne présenter que quelques systèmes ayant eu des développements dans le mode industriel. On aurait pu ajouter d'autres dispositifs tels que les interféromètres à décalage latéral, les lames de shearing ou autres. Nous espérons avoir convaincu que cette famille a un avenir important qui va largement dépasser le domaine du simple contrôle optique. En particulier, l'apparition de très grandes rétines, tant dans le domaine visible qu'infrarouge, permet d'aborder des problématiques d'imagerie de phase, avec à la fois une très grande sensibilité et une haute résolution spatiale. C'est probablement dans ces techniques que va se trouver la prochaine révolution en matière d'imagerie médicale. L'analyse de surface d'onde est une très belle histoire en mouvement, qui a trouvé ses origines dans un défi astronomique : dépasser les limitations introduites par l'atmosphère. Maintenant arrivée à maturité, elle se diversifie, trouve de plus en plus d'applications et s'apprête à relever quelques défis sociétaux en santé et biologie. ■



Institut Fresnel - Pierre Bon

Figure d'intensité modulée obtenue à la traversée d'un échantillon biologique en partie gauche et extraction des deux gradients dans la partie droite.

**THORLABS**

**NOUVEAU** : analyseur de front d'onde rapide WFS10 conçu pour les applications d'Optique Adaptative (450 Hz)

Tél : +33 (0)970 444 844  
Email : sales.fr@thorlabs.com



[www.thorlabs.com](http://www.thorlabs.com)